



Modelamiento matemático de flujos utilizando trazadores en plantas de tratamiento de aguas

Mathematical modeling of flows by means of tracers in water treatment plants

Carlos Sebastián Calvo¹, O. Lobato²

RECIBIDO: 14 de junio del 2022
ACEPTADO: 12 de agosto del 2022

RESUMEN

Se han realizado experimentos con trazadores en una batería industrial de una planta de tratamiento de agua. El comportamiento del flujo es complejo porque incluye la superposición de un flujo estocástico, que es intrínseco al proceso mismo, y de un flujo no estocástico inducido por fuertes corrientes locales en la superficie. Estas corrientes no son estocásticas porque son diferentes de una instalación a otra, aunque todas sean idénticas. Se ha propuesto un modelo general para simular todo el comportamiento del proceso. El modelo se compone de dos partes: la primera, describe el comportamiento del flujo estocástico, y es el mismo para cada unidad; el segundo está adaptado para representar los atajos turbulentos en la superficie de algunas unidades. Se ha determinado que los parámetros de la parte estocástica son consistentes con la descripción física del proceso. El valor del número de Peclet del atajo es una función monótona del caudal. A pesar de las incertidumbres restantes debido tanto a la complejidad del flujo como a los problemas específicos de las mediciones de trazadores en grandes plantas de tratamiento de aguas industriales, este artículo propone una extensión de las aplicaciones de los experimentos e interpretación de trazadores.

Palabras clave: Trazador; flujo no estocástico; RTD; tanque de asentamiento; Planta de tratamiento de agua; sal.

1. INTRODUCCIÓN

Para analizar el funcionamiento hidráulico de las unidades de tratamiento de las plantas potabilizadoras, se emplean técnicas que permiten conocer el tiempo de residencia de cada elemento del fluido dentro de la unidad. Una de estas es el método estímulo–respuesta.

Si se considera una unidad de volumen V alimentada por un gasto Q , existe un tiempo de retención o residencia hidráulico:

ABSTRACT

Radiotracer experiments have been conducted in an industrial battery of water treatment plant. The flow behavior is complex because it includes the superposition of a stochastic flow, which is intrinsic to the process itself, and of a non-stochastic flow induced by local strong currents at the surface. These currents are non-stochastic because they are different from one installation to another one even if all of them are identical. A general model has been proposed to simulate the whole behavior of the process. The model is composed of two parts: the first one, describes the stochastic flow behavior, and is the same for each unit; the second one is adapted to represent the turbulent shortcuts at the surface of some units. The parameters of stochastic part have been determined to be consistent with the physical description of the process. The value of the Peclet number of the shortcut is a monotonic function of the flow rate. Despite remaining uncertainties due both to the complexity of the flow and to specific problems of tracer measurements in large industrial water treatment plant, this paper proposes an extension of the applications of tracer experiments and interpretation.

Keywords: Tracer; Non-stochastic flow; RTD; settling tank; Water treatment plant; salt.

¹ Docente de la Universidad Ricardo Palma. <carlos.sebastian@urp.edu.pe>

² Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Ingeniería

$$\tau = \frac{V}{Q} \quad (1)$$

y un tiempo medio de residencia real μ que se calcula como:

(2)

Este puede variar de un elemento del fluido a otro. $C(t)$ es la respuesta del sistema al estímulo aplicado.

2. TEORÍA DE LOS TIEMPOS DE RESIDENCIA

Se denomina $E(t)$, a la distribución de los tiempos de residencia de una corriente de fluido (Fogler S. H., 1992) y, como tal, su representación en forma normalizada es la siguiente:

$$\int_0^{\infty} E(t) dt = 1 \quad (3)$$

Esta es la función de probabilidad estadística, y se relaciona con la probabilidad que tienen las moléculas del fluido de salir del sistema en un intervalo de tiempo δt .

2.1 La técnica de trazadores

$$\theta = t/\tau$$

Las técnicas estímulo–respuesta (Levenspiel, 1997) consisten en aplicar un trazador en el flujo que entra a la unidad y medir la concentración del mismo a la salida con respecto al tiempo, hasta que no se detecte ningún cambio (ausencia de trazador o concentración constante del mismo dependiendo del tipo de inyección utilizado). Hay dos formas comunes de aplicarlos. La primera es de tipo escalón, en el cual se inyecta el trazador en forma continua durante un periodo de tiempo Δt ; la otra es instantánea, en la que se introduce una cantidad conocida w del trazador en un tiempo muy corto. Con la finalidad de caracterizar el flujo, se hace uso de parámetros adimensionales del tiempo θ , y la distribución de los tiempos de residencia E :

(4)

$$E(t) = \frac{C(t)}{C_0} \quad (5)$$

donde:

C ,	Concentración del trazador a la salida de la unidad en el tiempo t
$C_0 = w/V$,	Concentración inicial del trazador, considerando que este se reparte uniformemente en el volumen de estudio
w ,	Cantidad de trazador utilizado

Cuando no se conoce la concentración inicial C_0 del trazador, esta puede ser determinada midiendo la cantidad de trazador que sale de la unidad e integrando el área bajo la curva C vs t . Aritméticamente puede ser calculada como:

$$C_0 = \frac{\int_0^{\infty} QC(t) dt}{V} = \frac{Q}{V} \int_0^{\infty} C(t) dt = \frac{1}{\tau} \int_0^{\infty} C(t) dt \approx \frac{\sum C \Delta t}{\tau} \quad (6)$$

Por medio de mediciones se puede obtener la curva $E = f(\theta)$ real, y compararla con la de los modelos matemáticos de flujo representados por funciones de tipo $E = g(\theta)$, y calcular los parámetros que minimicen

el error (ε) entre las dos curvas. La función de distribución es normalizada como sigue (Fernández-Sempere, 1995):

$$E(\theta) = \tau E(t) \quad (7)$$

Las técnicas utilizadas para determinar el comportamiento hidráulico de las unidades de tratamiento como floculadores, sedimentadores o tanques de mezcla, pueden variar desde el uso de métodos simplificados como el de Rebhun y Argaman, el análisis de la curva experimental y de su correlación con las características hidráulicas, hasta el uso de modelos matemáticos que describen el funcionamiento hidráulico de las unidades. Buckler y Breitman (citados por Roy P. H. y Martinet J. P., 1974) ligan la distribución de los tiempos de residencia de una cascada de recipientes perfectamente mezclados, todos del mismo volumen, con la ley de Poisson. De Baun y Katz, citados por los mismos autores, igual que Chiang y Cholette, lo hacen con la distribución Chi-cuadrada. Roy y Cholette mostraron que la distribución normal de $\theta^{1/3}$ es una buena aproximación de la distribución de los tiempos de residencia en recipientes agitados en régimen continuo. A continuación, se desarrolla un modelo matemático de tanques en serie sin recirculación.

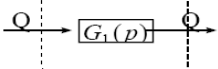
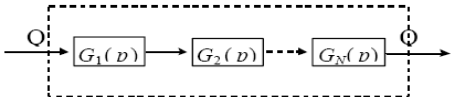
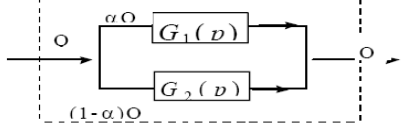
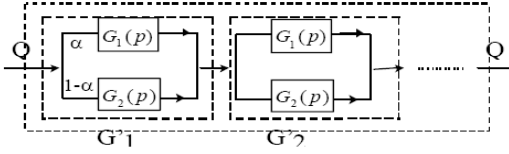
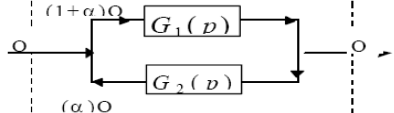
3. MODELO DE VARIOS REACTORES PERFECTAMENTE MEZCLADOS EN SERIE CON ZONAS MUERTAS Y CORTOCIRCUITOS, SIN RECIRCULACIÓN

En general, en este tipo de aplicaciones matemáticas (Roustan, 1991), se proponen modelos físicos susceptibles de ser descritos mediante ecuaciones simples, que generen una serie de curvas lo más cercanas posibles a la distribución de tiempos de residencia observada experimentalmente. Para ciertos modelos se utiliza el concepto de función de transferencia, en el cual se considera el volumen de control como una caja negra con una entrada y una salida. Si se define a $x(t)$ como la señal a la entrada, después de atravesar la unidad ésta se convierte en $y(t)$. La función de transferencia $G(p)$ se calcula como el cociente de las transformadas de Laplace de las señales de salida $y(p)$ y de entrada $x(p)$:

$$\begin{aligned} L\{x(t)\} &= x(p) \\ L\{y(t)\} &= y(p) \\ G(p) &= \frac{y(p)}{x(p)} \end{aligned} \quad (8)$$

Normalmente los sistemas de tratamiento son complejos y están constituidos de diferentes tipos de flujos. Cada uno de ellos puede ser caracterizado por una función de transferencia, que se combinan para formar la función de transferencia global $G(p)$, como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Representación de las funciones de transferencia para diferentes tipos de flujo

Tipo de flujo	Combinación	Representación
Agitación perfecta		
Pistón	En serie $G(p) = G_1(p) \cdot G_2(p) \cdot \dots$	
Zona muerta o Corto circuito	En paralelo $G(p) = \alpha G_1(p) + (1 - \alpha) G_2(p)$	
Pistón con zona muerta o cortocircuitos	En serie y paralelo $G(p) = G'_1(p) \cdot G'_2(p) \cdot \dots$ Donde: $G'_1 = G'_2 = \dots = \alpha G_1(p) + (1 - \alpha) G_2(p)$	
Recirculación	En círculo $G(p) = \frac{G_1(p)}{1 + \alpha - \alpha G_1(p) \cdot G_2(p)}$	

En el caso de unidades trabajando en flujo pistón, todas las moléculas del fluido permanecen dentro del reactor el mismo tiempo. La función de distribución en este caso es un pico de altura infinita y ancho cero, y su área es igual a uno. El pico aparece a $t = \tau$, y matemáticamente es representado por la función de Dirac δ :

$$E(t) = \delta(t - \tau) \tag{9}$$

La función de Dirac tiene las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} \delta(x) &= 0 && \text{cuando} && x \neq 0 \\ \delta(x) &= \infty && \text{cuando} && x = 0 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx &= 1 \\ \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \delta(x - \tau) dx &= g(\tau) \end{aligned} \tag{11}$$

El modelo matemático de la respuesta a la salida del tanque es diferente para los casos cuando el trazador se inyecta en escalón o por impulso.

El modelo presentado en la figura 1 considera el segundo tipo de inyección, debido a que es más sencillo y práctico cuando se desea evaluar el comportamiento de las unidades de tratamiento en plantas potabilizadoras.

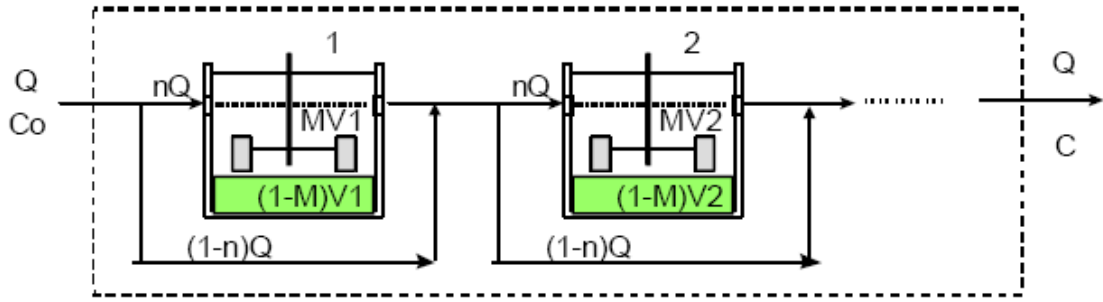


Figura 1. Varios reactores en serie, con zonas muertas y cortocircuitos

La función global de transferencia, tomando en cuenta que se trata de N reactores en serie (ver Tabla 1), estará dada por:

$$G(p) = G'_1(p) \cdot G'_2(p) \cdot \dots \quad (12)$$

Cada reactor perfectamente mezclado con zonas muertas y cortocircuitos está representado por su función de transferencia:

$$G'_1(p) = G'_2(p) = \dots = \frac{n}{1 + \frac{M\tau_1}{n}p} + (1-n) = \frac{n}{1 + \frac{M\tau_2}{nN}p} + (1-n) = \quad (13)$$

Sustituyendo la ecuación 13 en la 12 y considerando que $\tau_i = \tau \square / N$, llegamos a:

$$G(p) = \left[\frac{n}{1 + \frac{M\tau}{nN}p} + (1-n) \right]^N = \left[\frac{n + (1-n) \left(1 + \frac{M\tau}{nN}p \right)}{1 + \frac{M\tau}{nN}p} \right]^N = \left[\frac{\frac{nN}{M\tau} \left(n + \left(1 + \frac{M\tau}{nN}p \right) (1-n) \right)}{\left(\frac{nN}{M\tau} \right) \left(1 + \frac{M\tau}{nN}p \right)} \right]^N =$$

$$\left[\frac{\frac{n^2 N}{M\tau} + \left(\frac{nN}{M\tau} + p \right) (1-n)}{\frac{nN}{M\tau} + p} \right]^N = \left[\frac{\frac{n^2 N}{M\tau} + \frac{nN}{M\tau} (1-n) + p(1-n)}{\frac{nN}{M\tau} + p} \right]^N = \left[\frac{\frac{n^2 N}{M\tau} + \frac{nN}{M\tau} - \frac{n^2 N}{M\tau} + p(1-n)}{\frac{nN}{M\tau} + p} \right]^N$$

Según el modelo:

$$G(p) = \left[\frac{\frac{nN}{M\tau} + (1-n)p}{\frac{nN}{M\tau} + p} \right]^N \quad (15)$$

Para poder llevar a cabo la transformada inversa de la ecuación 15, se hace la siguiente parametrización:

$$a = \frac{nN}{M\tau} \quad (16)$$

$$b = (1-n) \quad (17)$$

$$c = a / b \quad (18)$$

Sustituyendo 16, 17 y 18 en 15:

$$G(p) = \left[\frac{a+bp}{p+a} \right]^N = \left[\frac{\frac{b}{b}(a+bp)}{(p+a)} \right]^N = b^N \left[\frac{\frac{a}{b}+p}{p+a} \right]^N = b^N \left[\frac{p+c}{p+a} \right]^N \quad (19)$$

cuya transformada inversa es:

$$E(t) = b^N L^{-1} \left\{ \left[\frac{p+c}{p+a} \right]^N \right\} \quad (20)$$

Como no es posible transformar de manera directa la ecuación 20, es necesario hacerlo por fracciones múltiples. Sin embargo, esto requiere que el numerador sea un polinomio de grado menor al denominador, por lo que se divide por:

$$\left[p+a \right]^N \overline{\left[p+c \right]^N} \quad (21)$$

Un polinomio de grado N puede también escribirse como:

$$\left[p+a \right]^N = \left[p^N + \dots + a^N \right] \quad (22)$$

$$\left[p+c \right]^N = \left[p^N + \dots + c^N \right] \quad (23)$$

Sustituyendo las ecuaciones 22 y 23 en la 21 y resolviendo, se obtiene:

$$\text{St} \quad \left[p+a \right]^N \overline{\left[p+c \right]^N} = \left[p^N + \dots + a^N \right] \frac{\overline{\left[p^N + \dots + c^N \right]}}{-\left[p^N + \dots + a^N \right]} = 1 + \frac{\left(\left[p+c \right]^N - p^N \right) - \left(\left[p+a \right]^N - p^N \right)}{\left[p+a \right]^N} \quad (24)$$

$$E(t) = b^N \left\{ L^{-1} \left[1 + \frac{\left[p+c \right]^N - \left[p+a \right]^N}{\left[p+a \right]^N} \right] \right\} = b^N L^{-1} \left\{ \frac{\left[p+c \right]^N - \left[p+a \right]^N}{\left[p+a \right]^N} \right\} \quad (25)$$

Aplicando fracciones múltiples al término entre corchetes, se tiene:

$$\frac{\left[p+c \right]^N - \left[p+a \right]^N}{\left[p+a \right]^N} = \frac{a_1}{(p+a)} + \frac{a_2}{(p+a)^2} + \frac{a_3}{(p+a)^3} + \dots + \frac{a_N}{(p+a)^N} \quad (26)$$

Derivando se pueden encontrar los valores de las constantes de la siguiente forma:

$$a_k = \frac{1}{(N-k)!} \text{Lim}_{p \rightarrow -a} \frac{d^{N-k} B_a(p)}{dp^{N-k}} \quad \text{cuando} \quad B_a(p) = \frac{\left[p+a \right]^N \left(\left[p+c \right]^N - \left[p+a \right]^N \right)}{\left[p+a \right]^N} \quad (27)$$

$$a_N = \text{Lim}_{p \rightarrow -a} B_a(p)$$

$$a_k = \frac{1}{(N-k)!} \text{Lim}_{p \rightarrow -a} \frac{d^{N-k} \left([p+c]^N - [p+a]^N \right)}{dp^{N-k}} = \frac{1}{(N-k)!} \text{Lim}_{p \rightarrow -a} \frac{d^{N-k} [p+c]^N}{dp^{N-k}} \quad (28)$$

Desarrollando algunos términos, se obtiene:

$$a_N = (c-a)^N$$

$$a_{N-2} = \text{Lim}_{p \rightarrow -a} \frac{1}{[N-(N-2)]!} \left[N(N-1)(p+c)^{N-2} \right] = \frac{N(N-1)(c-a)^{N-2}}{2!}$$

$$a_{N-3} = \text{Lim}_{p \rightarrow -a} \frac{1}{[N-(N-3)]!} \left[N(N-1)(N-2)(p+c)^{N-3} \right] = \frac{N(N-1)(N-2)(c-a)^{N-3}}{3!}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$a_{N-k} = \frac{N!}{k!(N-k)!} (c-a)^{N-k}$$

haciendo: $N-k=i$ y $k=N-i$, se obtiene:

$$a_i = \frac{N!}{(N-i)!i!} (c-a)^i \quad (30)$$

Sustituyendo en la ecuación 26 y obteniendo la transformada inversa, arribamos a:

$$L^{-1} \left\{ \frac{[p+c]^N - [p+a]^N}{[p+a]^N} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{N!}{(N-1)!} \frac{(c-a)}{(p+a)} + \frac{N!}{(N-2)!2!} \frac{(c-a)^2}{(p+a)^2} + \frac{N!}{(N-3)!3!} \frac{(c-a)^3}{(p+a)^3} + \dots + \frac{N!}{(N-N)!N!} \frac{(c-a)^N}{(p+a)^N} \right\} = \quad (31)$$

$$\frac{N!}{(N-1)!} (c-a)e^{-at} + \frac{N!}{(N-2)!2!} (c-a)^2 \frac{t^{2-1}e^{-at}}{(2-1)!} + \frac{N!}{(N-3)!3!} (c-a)^3 \frac{t^{3-1}e^{-at}}{(3-1)!} + \dots + \frac{(c-a)^N t^{N-1} e^{-at}}{(N-1)!}$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{N! e^{-at} (c-a)^i t^{i-1}}{(N-i)!i!(i-1)!} \quad (32)$$

Por lo tanto, la ecuación 25 toma la forma:

$$E(t) = b^N \sum_{i=1}^N \frac{N! e^{-at} (c-a)^i t^{i-1}}{(N-i)!i!(i-1)!} \quad (33)$$

Sustituyendo en 30, las ecuaciones 16, 17, 18 y 4:

$$E(t) = (1-n)^N \sum_{i=1}^N \frac{N! e^{-at} \left(\frac{nN}{M\tau(1-n)} - \frac{nN}{M\tau} \right)^i t^{i-1}}{(N-i)!i!(i-1)!} = \sum_{i=1}^N \frac{N! e^{-\frac{nN\theta}{M}} \left(\frac{nN - nN(1-n)}{M\tau(1-n)} \right)^i t^{i-1} (1-n)^N}{(N-i)!i!(i-1)!} \quad (34)$$

Haciendo:

$$\left(\frac{nN - nN(1-n)}{M\tau(1-n)} \right)^i t^{i-1} (1-n)^N = \left(\frac{nN - nN + n^2N}{M\tau(1-n)} \right)^i t^{i-1} (1-n)^N = \frac{n^{2i} N^i t^{i-1} (1-n)^{N-i}}{(M\tau)^i} \frac{N}{n} \frac{n}{N} \frac{M}{M} \frac{\tau}{\tau} = \quad (35)$$

$$\frac{n^i n^{i-1} n N^{i-1} N^i t^{i-1} (1-n)^{N-i}}{M^{i-1} M \tau^i \tau^{-1} \tau} = \frac{N^{i-1} n^{i-1} \theta^{i-1}}{M^{i-1}} \frac{Nn}{M\tau} n^i (1-n)^{N-i}$$

Reacomodando 35 y sustituyendo en ella la ecuación 7, se obtiene la función que describe este caso:

$$E(\theta) = \frac{Nn}{M} \sum_{i=1}^N \frac{N! e^{\frac{-nN\theta}{M}} \left(\frac{Nn\theta}{M}\right)^{i-1} (1-n)^{N-i} n^i}{(N-i)! i! (i-1)!} \quad (36)$$

De acuerdo a Cholette y Cloutier (citados por Roustan, 1991), la media y la varianza para modelos de este tipo tienen las siguientes características:

$$\mu = M\tau \quad (37)$$

$$\sigma_r^2 = \frac{M^2(2-n)}{nN} \quad (38)$$

Cuando el flujo en el proceso se aproxima al flujo pistón, y el trazador se aplica como un impulso, el tiempo medio de residencia es igual al tiempo en que aparece la concentración más alta del trazador a la salida de la unidad y se denomina tp . Cuando la media es igual al tiempo de retención hidráulico τ , indica que no hay zonas muertas ni cortocircuitos en la unidad. Si es menor, indica que el flujo pasa a través de canalizaciones y existen zonas estancadas. Un tiempo medio de residencia mayor al de retención hidráulica sugiere error en la medida del caudal o en el volumen disponible, o que el trazador no es inerte y es adsorbido sobre las superficies del tanque.

También se tiene que $0 \leq \frac{\sigma^2}{\mu^2} \leq 1$. El valor de cero indica que el reactor trabaja como flujo pistón, y la

unidad señala que lo hace como mezcla completa. En el intervalo de 0 a 1 la unidad trabaja como varios reactores en serie. Para determinar los parámetros, M , n y N , que caracterizan este modelo, se hace uso de mediciones experimentales y de algún método numérico iterativo que haga variar los mismos hasta que exista el menor error posible entre los valores reales y teóricos. Para esto es necesario calcular el error ϵ , definido como:

$$\epsilon = \frac{\sqrt{\sum \left[\left(\frac{C}{C_0}\right)_{\text{calculado}} - \left(\frac{C}{C_0}\right)_{\text{teórico}} \right]^2}}{(\text{Número de mediciones} - 1)} \quad (39)$$

Una buena aproximación para determinar el número de tanques en serie que representan el comportamiento de la unidad se obtiene utilizando el coeficiente de variación, o varianza relativa:

$$\frac{\sigma^2}{\mu^2} = \frac{1}{N} \quad (40)$$

donde:

$$\sigma^2 = \frac{\int_0^{\infty} (t - \mu)^2 C(t) dt}{\int_0^{\infty} C(t) dt} = \frac{\sum t^2 C(t)}{\sum C(t)} - \mu^2 \quad (41)$$

Esta relación es válida en la medida que se conozca toda la curva experimental. La fracción de zonas muertas ($1-M$) se determina considerando que esta es una medida de la desviación que existe entre los tiempos teórico de residencia y medio de residencia, expresada en la ecuación 37.

4. MODELO DE CHOLETTE Y CLOUTIER

Cholette y Cloutier (citados por Roustan, 1991) propusieron un modelo para varios reactores perfectamente mezclados en serie, con zonas muertas y cortocircuitos, sin recirculación, es decir en condiciones similares al aquí desarrollado, como se describe a continuación, pero que no satisface la noción de normalización de la ecuación 3:

$$E(\theta) = \frac{Nn}{M} \sum_{i=1}^N \frac{i! e^{\frac{-nN\theta}{M}} \left(\frac{Nn\theta}{M}\right)^{i-1} (1-n)^{N-i} n^i}{(N-i)! N!(i-1)!} \quad (42)$$

5. DATOS EXPERIMENTALES

Para comparar los resultados de los modelos antes citados, usaremos datos de mediciones realizadas en varias plantas potabilizadoras que se encuentran en México. Estas fueron visitadas por el autor en febrero de 2017. En los experimentos se utilizó sal común como trazador, la cual fue previamente disuelta en un recipiente de tamaño adecuado para ser manipulado fácilmente al momento de verter la solución salina a la entrada de la unidad en estudio. La cantidad de sal empleada dependió en cada caso del volumen de la unidad. Se estableció una concentración inicial entre 20 y 30 mg/l, considerando que se mezclara totalmente con el volumen de estudio.

El trazador se aplicó de manera instantánea en lugares donde se tuviera la mayor certeza de una mezcla homogénea y antes de que el flujo entrara a la unidad. Para analizar los floculadores se aplicó el trazador en los tanques de mezcla rápida o en los canales de llegada; en el caso de los sedimentadores, los canales de comunicación con los floculadores fueron los lugares más adecuados. Siempre se analizó por separado cada uno de los procesos. Se inició con los tanques de sedimentación y después con los floculadores, con la finalidad de evitar la interferencia por la presencia de sal remanente en el volumen del floculador al estudiar el sedimentador.

Al momento de arrojar la solución salina, se comenzó la lectura de la concentración de sólidos disueltos totales, SDT, en la salida de la unidad utilizando un conductímetro. En los floculadores se monitorearon los SDT a la salida de cada cámara, y en los sedimentadores en puntos diferentes del tanque. Las lecturas se llevaron a cabo en

intervalos de tiempo que variaron entre 1 y 3 minutos, dependiendo del tiempo de residencia de la unidad.

ANÁLISIS DE RESULTADOS Y COMPARACIÓN DE MODELOS

Los modelos presentados (en adelante se denominarán IMTA, y C.C., iniciales de Cholette y Cloutier) se aplicaron a unidades de plantas potabilizadoras con comportamiento hidráulico de mezcla completa, flujo pistón, con zonas muertas y cortocircuitos (Tabla 2). Es importante señalar que, para el cálculo de la concentración inicial del trazador C_0 , puede utilizarse la cantidad de sal agregada w y el volumen de la unidad V ($C_0 = w/V$), o bien la determinada mediante la ecuación 6. Si la medición se lleva a cabo hasta que no se detecta más sal a la salida de la unidad, los resultados obtenidos en los dos casos son muy similares.

Sin embargo, muchas veces, las curvas reales presentan “colas” muy largas que hacen poco práctico el continuar la medición (sobre todo cuando el tiempo de residencia es muy largo) y no se logra determinar la cantidad total de sal a la salida.

Tabla 2. Características de las unidades estudiadas

Ciudad	Gasto l/s	Floculadores		Sedimentadores	
		Tipo Lugar de medición	Volumen m ³	Tipo	Volumen m ³
Piedras Negras	117.5	Hidráulico vertical 3 ^a cámara	299	-	-
Reynosa	181	-	-	Alta tasa	459.6
Nuevo Laredo	158	Mecánico 2 ^a cámara	115.2	-	-

La fracción de zonas muertas ($I-M$) se calculó con las ecuaciones 37 y 41. En las tablas 3, 4 y 5 se presentan los resultados obtenidos con los dos modelos, y se toma para el cálculo la cantidad de sal medida (área bajo la curva experimental) o la agregada y haciendo variar n y N hasta obtener el mínimo error entre los datos teóricos y experimentales.

Tabla 3. Unidad con predominancia de mezcla completa. Planta potabilizadora de Nuevo Laredo, Tam.

Sal	Modelo IMTA				Modelo C.C.			
	$1-M$	N	$1-n$	ϵ	$1-M$	N	$1-n$	ϵ
Medida	0.082	2	0	0.0122	0.082	2	0	0.0122
Agregada	0.082	2	0	0.0120	0.082	2	0.018	0.011

Para el caso de la sal medida, el mejor ajuste se obtiene con $N = 2$ y cero cortocircuitos. La forma de la curva (fig. 2) y el número de reactores obtenidos indican que la segunda cámara del floculador tiene un comportamiento hidráulico de mezcla completa, lo que es lógico si se considera que se trata de un floculador mecánico con paletas.

Cuando se considera la cantidad de sal agregada (figura 3), en la misma Tabla 3, se observa que el error obtenido en el punto de mejor ajuste ($N = 2$), es prácticamente el mismo que en el caso de utilizar la sal medida. Esto se debe principalmente a que la experimentación se prolongó hasta que casi ya no se detectó sal a la salida de la unidad. Por lo tanto, los resultados obtenidos difieren muy poco.

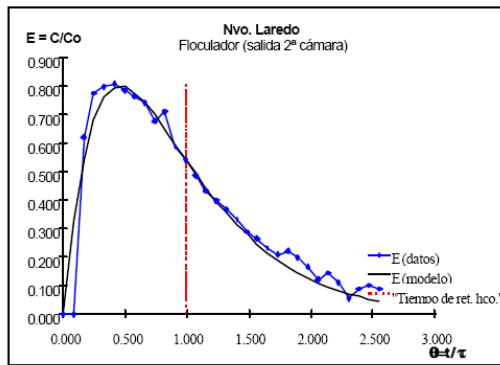


Fig. 2 Ajuste obtenido con el modelo IMTA utilizando la sal medida y $N = 2$

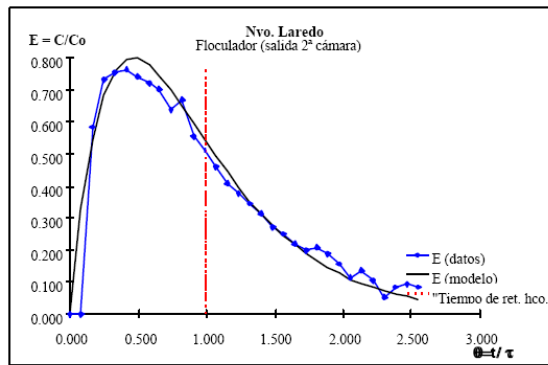


Fig. 3 Ajuste obtenido con el modelo IMTA, utilizando la sal agregada y $N = 2$

Aplicando el modelo C.C. con los mismos datos, se observa en la tabla 2, que el mejor ajuste se obtiene para $N = 2$ y cero cortocircuitos. Para eso véanse las figura 4 y 5.

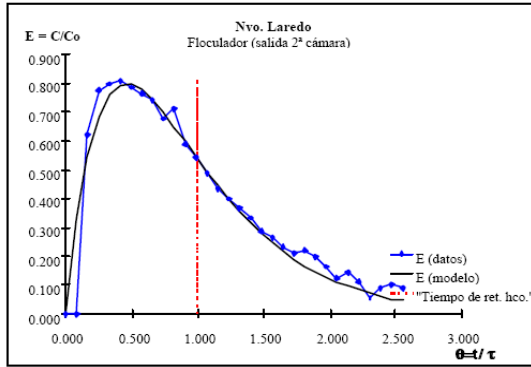


Fig. 4 Ajuste obtenido con el modelo C.C. utilizando la sal agregada y $N = 2$.

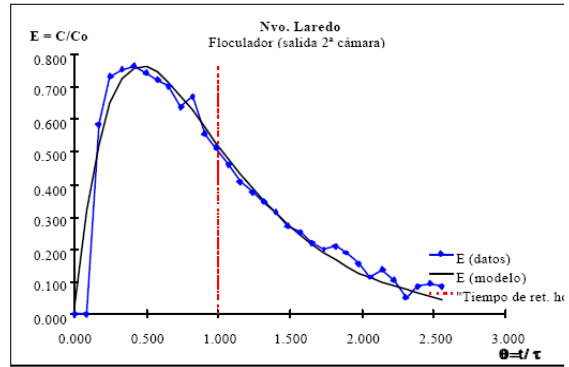


Fig. 5 Ajuste obtenido con el modelo C.C. utilizando la sal medida y $N = 2$.

Para este caso en particular los dos modelos llegan a los mismos resultados, es decir, dos reactores en serie y cero cortos circuitos como mejor ajuste.

Tabla 4. Unidad con predominancia de flujo pistón. Planta potabilizadora de Piedras Negras, Coah.

Sal	Modelo IMTA				Modelo C.C.			
	$1-M$	N	$1-n$	ϵ	$1-M$	N	$1-n$	ϵ
Medida	-0.029	87	0.0042	0.018	-0.029	88	0.02	0.017
Agregada	-0.029	102	0	0.035	-0.029	*	*	*

Existen zonas muertas negativas, lo que indica que hay errores en la determinación del gasto o el volumen. En la tabla 4, puede observarse que aplicando el modelo IMTA, el número de reactores en serie varía, $N = 87$ y 102 para la sal medida y agregada respectivamente. La unidad se comporta como un flujo pistón y tiene cero cortocircuitos, sin embargo, el ajuste es mejor con la sal medida. Véanse las figuras 6 y 7.

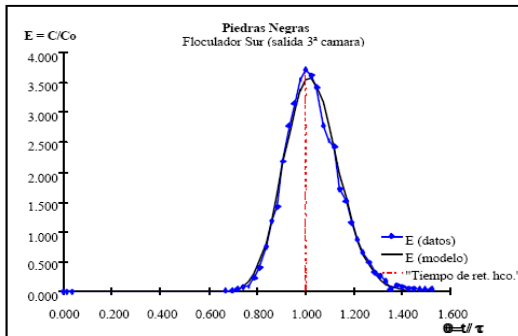


Fig. 6 Ajuste obtenido con el modelo IMTA utilizando la sal medida y $N = 87$

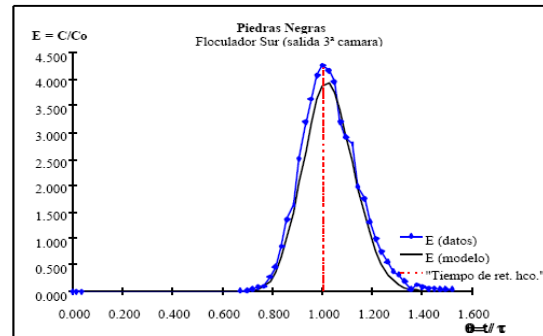


Fig. 7 Ajuste obtenido con el modelo IMTA utilizando la sal agregada y $N = 102$

Por otro lado, aplicando el modelo C.C., con los datos de la sal medida se obtienen resultados similares a los obtenidos con el modelo IMTA, $N = 88$ y $N = 87$ respectivamente, y cero cortocircuitos (Tabla 4), y en consecuencia el ajuste es bueno. Véase la figura 8 para tal fin. Sin embargo, si se aplica al caso de la sal agregada, el modelo C.C. no converge.

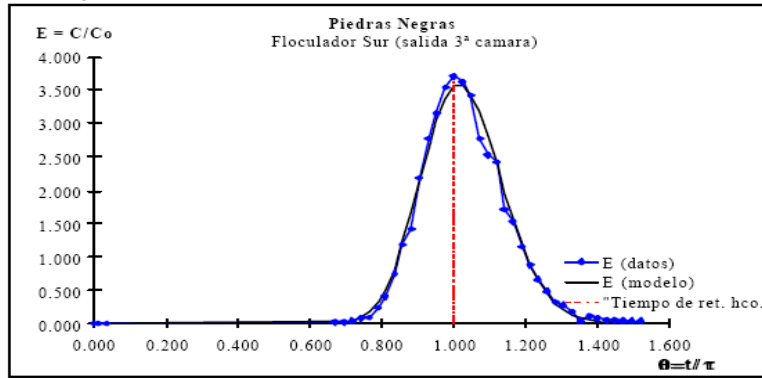


Fig.8 Ajuste obtenido con el modelo C.C. utilizando la sal medida y $N = 88$

Tabla 5. Unidad con alto porcentaje de zonas muertas y cortocircuitos. Planta potabilizadora de Reynosa, Tam.

Sal	Modelo IMTA				Modelo C.C.			
	1-M	N	1-n	ϵ	1-M	N	1-n	ϵ
Medida	0.31	5	0.10	0.035	0.31	-	-	-
Agregada	0.31	5	0.10	0.035	0.31	3	0	0.036
Agregada	0.45	5	0.20	-	0.55	8	0.04	-

Para este caso el mínimo error se obtiene con cinco reactores en serie y 10% de cortocircuitos (ver Tabla 5). Sin embargo, se observa, en las figuras 9 y 10, que las curvas obtenidas no describen adecuadamente el comportamiento inicial de los datos experimentales. En este caso en particular el 50% del trazador sale cuando $\theta < 0.6$, esto implica que la parte de la curva que más interesa es la que corresponde a $0 < \theta < 1$, y por el contrario, el modelo ajusta mejor los datos precisamente arriba de este rango.

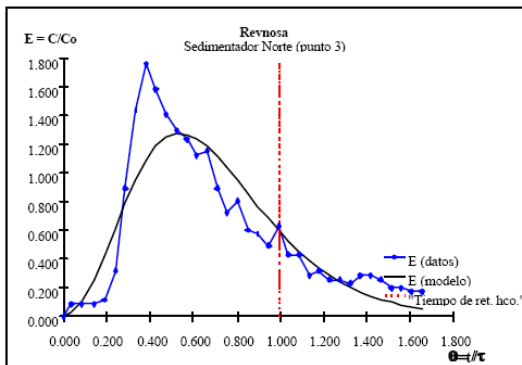


Fig. 9 Ajuste obtenido con el modelo IMTA, utilizando la sal medida y $N = 5$

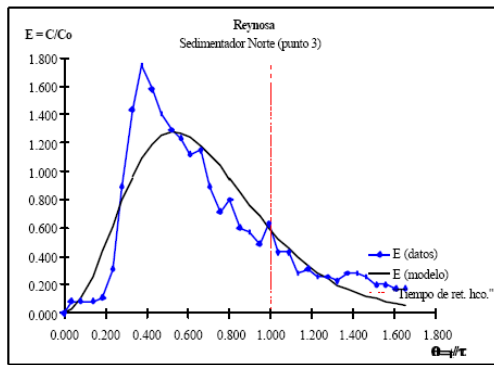


Fig. 10 Ajuste obtenido con el modelo IMTA, utilizando la sal agregada y $N = 5$

Ajustando los parámetros del modelo, e incluyendo el valor de M que hasta aquí se había calculado con ecuación 37, se logró obtener un ajuste que siguiera el comportamiento del pico de la curva experimental.

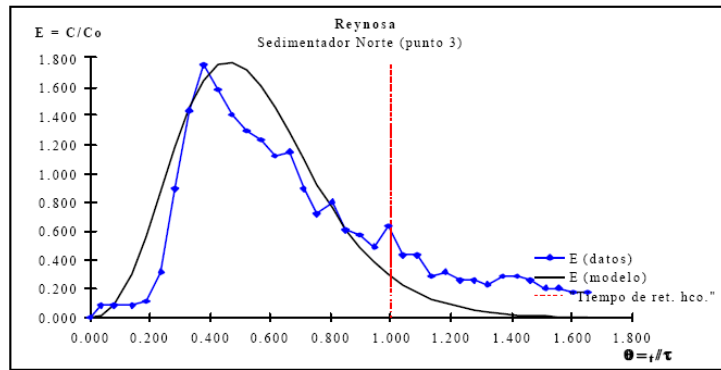


Fig. 11 Ajuste obtenido con el modelo IMTA, con la sal agregada, $N = 5$, 45% de zonas muertas y 20% de cortocircuitos

Se aplicó el modelo C.C., considerando para el cálculo la cantidad de sal agregada y el porcentaje de zonas muertas obtenido con la media y el tiempo de residencia hidráulico. Igual que el modelo IMTA, éste tiene problemas de ajuste con los datos medidos, los que se pueden ver en la figura 12. Por eso, se hizo variar el porcentaje de zonas muertas hasta adecuar la curva teórica lo más posible a los datos (ver figura 13).

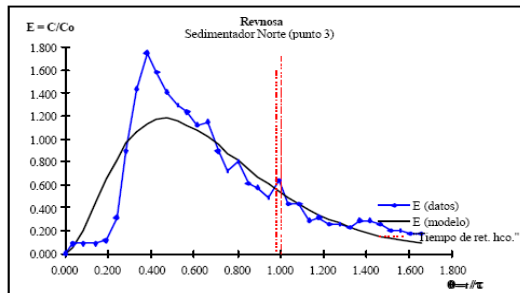


Fig. 12 Ajuste obtenido con el modelo C.C y $N = 3$

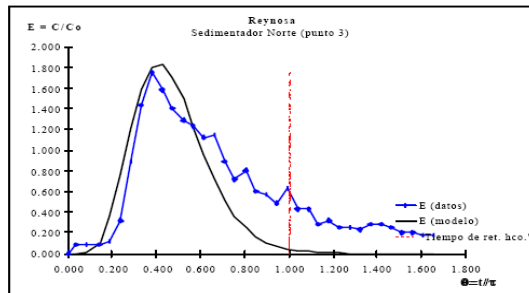


Fig. 13 Ajuste obtenido con el modelo C.C $N = 8$, 55% de zonas muertas y 4% de cortocircuitos.

Referencias

- [1] Buffham, B.A., Kropholler, H.W., 1981. Residence-time distributions for systems having many connections with their environments. *Ind. Eng. Chem. Fundam.* 20, 102–104.
- [2] Berne, Ph., Thereska, J., 2004. Simulation of a radiotracer experiment by flow and detection-chain modeling: a first step towards better interpretation. *Appl. Radiat. Isot.* 60, 855–861.
- [3] Behrens H. - Z. Deutsch, Geol. Ges. "Eine Verbesserte Nachweismethode fuer Fluoreszenzindikatoren und ihre Anwendung zur Feststellung von Fließwegen im Grundwasser" - Hannover - 1973.
- [4] Alex Diachisin M. "Dye Dispersion Studies", *Journal of the Sanitary Engineering Division. - Proceedings of the American Society of Civil Engineers.*
- [5] Fan, L.T. S.T., Stochastic modeling of transient residence-time distributions during start-up. *Chem. Eng. Sci.* 50 (2), 211–221.
- [6] Furman, L., Leclerc, J.P., Stegowski, Z., 2005. Tracer investigation of a packed column under variable flow. *Chem. Eng. Sci.* 60, 3043–3048.
- [7] IAEA "Radiotracer Technology for Engineering Unit Operation Studies and Unit Processes Optimization", Technical Report, Krakow-Poland, 1999.
- [8] João S.F. Roldão, Guilherme Goretkin. Danckwerts "Calibração de Modelos matemáticos Aplicáveis a Simulação do Transporte e Dispersão em Águas Costeiras. Uso de Traçadores Fluorescentes", P.V., 1953.

- [9] Kim, H.S., Shin, M.S., Jang, D.S., Jung, S.H., Jin, J.H., 2005. Study of flow characteristics in a secondary clarifier by numerical simulation and radioisotope tracer technique. *Appl. Radiat. Isot.* 63, 519–526.
- [10] Leclerc J.-P., Grevillot G. “Traceurs et méthodes de traçages”, *Récents Progrès en Génie des procédés*, 61, Vol. 12, 1998.
- [11] Leclerc J.-P. “Traceurs and tracing methods”, *Récents Progrès en Génie des procédés*, 79, Vol. 15, 2001.
- [12] Niemi, A.J., Zenger, K., Thereska, J., Martinez, J.G., 1998. Tracer testing of processes under variable flow and volume. *Nukleonika* 43 (1), 73–94.
- [13] Plata, A. (1972). *Isótopos en Hidrología*. Editorial Alambra. Madrid.
- [14] Potier, O., Leclerc, J.-P., Pons, M.-N., 2005. Influence of geometrical and operating parameters on the axial dispersion in an aerated channel reactor. *Water Res.* 39, 4454-4462.
- [15] Projeto COPPETEC ET – 154138, "Determinação dos Parâmetros que regem a dispersão das Águas de Refrigeração de Angra I, lançados na Enseada de Piraguara de Fora. Relatório - COPPE / UFRJ - 198
- [16] Rodríguez, C. O. (1973). Determination of aquifer parameters with radiotracers, Submitted as part of the first term, M. Sc. course requirements in hydrogeology. 33 p., 10 figs. University of London, London.
- [17] Roche, N., Bendouan, R., Prost, C., 1994. Modelisation de l'hydrodynamique d'un de'cateur primaire de station de purification. *Rev. Sci. Eau* 7, 153–167.
- [18] Shen, B.C., Chou 1995, Continuous flow systems, distribution of residence times. *Chem. Eng. Sci.* 2 (1), 1–13.
- [19] Sebastián C., Maghella, G., Mamani, E. “Evaluación de las unidades de tratamiento de agua, utilizando técnicas de trazadores radiactivos”. Informe Técnico IPEN, Lima -Perú, 1998.
- [20] Thereska, J. “Radiotracer Methodology and Technology”. - IAEA, NAPC, Industrial Applications and Chemistry Section, Vienna-Austria, February 1999.
- [21] Thyn, J., Zitny, R., 2002. Analysis and diagnostics of industrial processes by radiotracers and radioisotope sealed sources II. Department of Process Engineering, Faculty Mechanical Engineering, Praha, CTU, 2002.
- [22] Thyn, J., Zitny, R., Kluson, J., Cechak, T., 2000. Analysis and diagnostics of industrial processes by radiotracers and radioisotope sealed sources I. Department of Process Engineering, Faculty of Mechanical Engineering, CTU, Praha, 2000