

Diseño de un controlador inteligente para el sistema Ball and Beam

Intelligent controller design for the Ball and Beam system

Ricardo John Palomares Orihuela¹

Resumen

Este trabajo de investigación presenta el diseño de un Controlador Inteligente mediante la técnica de Lógica Difusa aplicado a un sistema no lineal Ball and Beam, el cual será llamado como el sistema B&B. Este tipo de sistema es muy utilizado en aplicaciones académicas, la planta es linealizada sobre un punto de operación. Se realiza el análisis de estabilidad del sistema, se diseña un Controlador PD en lazo cerrado y un Controlador Difuso para el sistema linealizado, para compensar los efectos gravitacionales y otras dinámicas no modeladas. Finalmente, se diseña un Controlador PD-Difuso que presenta un mínimo error en el estado estacionario. Los resultados se reflejan en las simulaciones del control de la posición final de la esfera.

Palabras claves

Controlador PD, Controlador Difuso, Lógica Difusa, Base de reglas difusas.

Abstract

This research presents the design of an Intelligent Controller using Fuzzy Logic techniques applied to a nonlinear system Ball and Beam, which will be called as the system B&B. This type of systems is widely used in academic applications, the plant is linearized about an operating point. It performs the analysis of stability of the system, designing a PD Controller in closed loop and a Fuzzy Controller for the linearized system to compensate for gravitational effects and other non-modeled dynamics. Finally, we design a Fuzzy PD Controller, which has a small error in the steady state. The results are reflected in the control simulations of the final position of the ball.

Key words

PD Controller, Fuzzy Controller, Fuzzy Logic, Fuzzy Rules Base.

¹ Ingeniero Mecatrónico. Estudios de Maestría en Docencia Universitaria. Docente URP

Introducción

El sistema B&B es un punto de referencia para métodos complejos de control no lineal. El problema es que los sistemas reales inestables son usualmente peligrosos y no pueden ser llevados dentro de un laboratorio. El sistema B&B fue desarrollado para resolver esta paradoja. Este sistema es simple, seguro y tiene la importante característica dinámica de un sistema inestable.

El enunciado formal del problema de control para el sistema B&B es el siguiente: "Dado el sistema B&B conformado por una esfera y una barra montada en el eje de un motor DC controlado por voltaje de armadura, se desea diseñar un servo controlador, el cual debe mantener el control de la posición de la esfera, considerando sólo el problema en dos dimensiones. La entrada del sistema es el voltaje de armadura del motor DC y la salida es la posición de la esfera. El método a emplear es el Control Inteligente utilizando Lógica Difusa".

Modelamiento de la Planta

Para obtener el modelo matemático utilizamos las ecuaciones de Euler-Lagrange, que proporcionan dos ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden no lineales, las que escribimos como cuatro funciones diferenciales de primer orden no lineales (ecuaciones de estado).

Descripción del Sistema

El sistema B&B que se muestra en la Figura 1, se encarga de ubicar una esfera que se desliza sobre una barra en una nueva posición r , la posición de la esfera es controlada al variar el ángulo α de la barra, que está relacionada de manera directa con el ángulo θ del engranaje del motor, de esta manera, la esfera puede ser posicionada en algún lugar deseado de la barra balanceándola de manera adecuada.

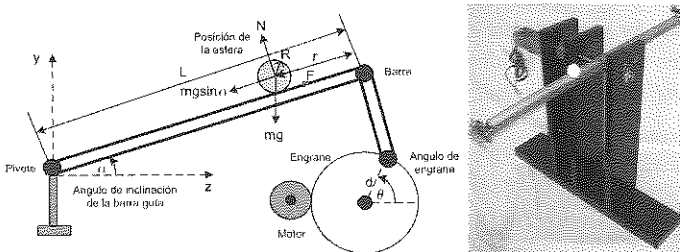


Figura 1. Sistema Ball and Beam.

Modelo Lagrangiano del Sistema

Para aplicar la técnica de control por lógica difusa, es necesario presentar la dinámica del modelo B&B, para ello usaremos la ecuación dinámica de Lagrange.

La energía cinética total del sistema es:

$$T = \frac{1}{2} (I_{bar} + mr^2) \dot{\alpha}^2 + \frac{7}{10} m \dot{r}^2 \quad (1)$$

La energía potencial del sistema cuando la esfera rueda está dada por:

$$P = mgr \sin \alpha + Mg \frac{L}{2} \sin \alpha \quad (2)$$

donde, M es la masa de la barra, L es la longitud de la barra, m es la masa de la esfera y r es la posición de la esfera.

La ecuación del Lagrangiano es: $L = T - P$ (3)

$$= \frac{1}{2} \left[(I_{bar} + mr^2) \dot{\alpha}^2 + \frac{7}{10} m \dot{r}^2 \right] - \left(mgr + \frac{L}{2} Mg \right) \sin \alpha \quad (4)$$

Dado que no hay fuerzas externas que actúen sobre la esfera en dirección radial, la ecuación Lagrangiana del movimiento está dada por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = \tau \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}} \right) - \frac{\partial L}{\partial r} = 0$$

De aquí que obtenemos la ecuación dinámica del sistema B&B:

$$(I_{bar} + mr^2) \ddot{\alpha} + 2mr\dot{\alpha} + \left(mgr + \frac{L}{2} Mg \right) \cos \alpha = \tau \quad (6)$$

$$\frac{7}{5} \ddot{r} - \dot{r} \dot{\alpha}^2 + g \sin \alpha = 0$$

Diseño del Controlador Inteligente

Introducción a la Lógica Difusa

La lógica difusa es una lógica multivaluada. La lógica clásica impone a sus enunciados únicamente valores de falso o verdadero, sin embargo, gran parte del razonamiento humano no es tan "determinista". Lo difuso puede entenderse como la posibilidad de asignar más valores de verdad a los enunciados clásicos de "falso" y "verdadero". El objetivo de todo sistema manejador de una lógica difusa es describir los grados de los enunciados de salida en términos de los de entrada. Por esta propiedad es que ciertos sistemas de lógica difusa aparentan una labor de aprendizaje, y son excelentes mecanismos de control de procesos, es decir, los controladores difusos son capaces de estabilizar sistemas no lineales.

Presentamos un método para desarrollar un controlador difuso que permita estabilizar un sistema linealizado en lazo cerrado a partir del conocimiento y la experiencia de un experto representado en una regla de la forma IF-THEN.

Sistemas Difusos

Los sistemas difusos son sistemas basados en conocimiento de un experto humano, donde la parte esencial de un sistema difuso es la base de conocimientos que consiste de reglas difusas que tienen la forma:

IF antecedente THEN consecuente

La primera parte de la regla IF se denomina premisa o antecedente y contiene una o varias condiciones referidas a las entradas del sistema, la segunda parte de la regla THEN denominada consecuente es la acción a ejecutarse.

Usaremos el sistema difuso llamado, sistema difuso con fuzzificador y defuzzificador, el cual se muestra en la Figura 2.

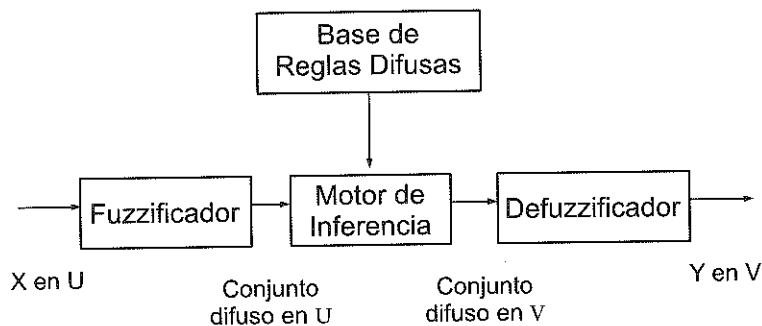


Figura 2. Sistema difuso con fuzzificador y defuzzificador.

Este tipo de sistema difuso es el más utilizado y de ahora en adelante cuando se haga mención de un controlador difuso se estará refiriendo a un sistema con las características previamente mencionadas.

Diseño de un Sistema Difuso utilizando el Método del Conocimiento del Experto

El método de diseño de un controlador difuso mediante el conocimiento del experto (también llamado prueba y error), puede resumirse en los siguientes tres pasos:

- Analizar el sistema real, elegir las variables de estado y las variables de control
- Derivar reglas difusas de la forma IF-THEN que relacionan las variables de estado con las variables de control.
- Combinar estas reglas en un sistema difuso y probarlo con el sistema en lazo cerrado.

Control PD para el Sistema Ball and Beam

Un controlador que funciona típicamente como un amplificador con una ganancia constante k se conoce formalmente como control proporcional, ya que la señal de control a la salida del controlador está relacionada con la entrada del controlador mediante una constante proporcional.

El controlador de tipo proporcional derivativo (PD) presenta la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = K_p + K_d s \quad (7)$$

donde K_p , K_d es la constante proporcional y derivativa.

La ecuación (8) es el control PD para el sistema B&B sin compensador de gravedad:

$$u = 16K_{pm}K_{pe}\tilde{r} - 16K_{pm}K_{de}\dot{r} - 16K_{dm}K_{de}\ddot{r} - K_{pm}\frac{L}{d}\alpha - K_{dm}\frac{L}{d}\dot{\alpha} \quad (8)$$

La configuración del sistema más comúnmente utilizada es mostrada en la Figura 3, con el controlador colocado en cascada con el proceso controlado.

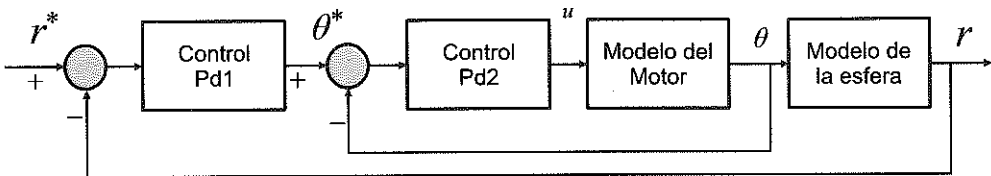


Figura 3. Control PD en configuración cascada.

Sustituyendo los valores del controlador PD para la esfera:

$$G_s(s) = \frac{32.424s + 89.166}{0.01176s^4 + 0.58823s^3 + 5.79s^2 + 32.424s + 89.166} \quad (9)$$

Utilizando Matlab para obtener las raíces del polinomio del denominador: $x_1 = -39.1055$, $x_{2,3} = -2.7468 \pm 5.3127i$, $x_4 = -5.4206$, estas raíces se encuentran en el lugar geométrico de las raíces de la Figura 4.

Se observa que la parte real de las raíces del polinomio son negativas, esto es, se encuentran en la parte negativa del semiplano complejo. Por lo que se concluye que el sistema es estable.

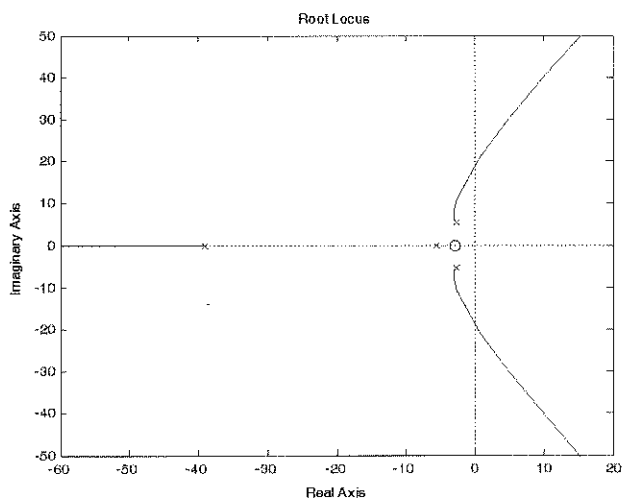


Figura 4. Raíces del denominador.

Control PD-Difuso para el sistema Ball and Beam

El control difuso se agrega a los controladores PD convencionales como un término compensador para disminuir el error de posición de la esfera en estado estacionario debido a la gravedad, se escribe el control PD más el control difuso:

$$u = K_{pm}(\theta^* - \theta) + K_{dm}(\dot{\theta}^* - \dot{\theta}) + \pi \quad (10)$$

$$\theta^* = K_{pc}(r^* - r) + K_{dc}(\dot{r}^* - \dot{r}) \quad (11)$$

donde π es el control difuso que cumple la función de un compensador.

Diseño de un Control Difuso Vía Conocimiento del Experto

Para poder controlar el funcionamiento del sistema B&B se establece reglas de la forma IF-THEN para indicar la acción a realizar, las reglas de control están basadas en la intuición y experiencia del experto acerca del funcionamiento del sistema y son:

- IF x_1 es positivo AND x_2 esta cerca de cero AND x_3 es positivo AND x_4 esta cerca de cero, THEN u es negativo.
- IF x_1 es positivo AND x_2 esta cerca de cero AND x_3 es negativo AND x_4 esta cerca de cero, THEN u es positivo grande.
- IF x_1 es negativo AND x_2 esta cerca de cero AND x_3 es positivo AND x_4 esta cerca de cero, THEN u es negativo grande.
- IF x_1 es negativo AND x_2 esta cerca de cero AND x_3 es negativo AND x_4 esta cerca de cero, THEN u es positivo.

La salida y del sistema será la posición de la esfera, $r = x_1$, $\dot{r} = x_2$, $\theta = x_3$, $\dot{\theta} = x_4$. Las entradas x_1 y x_3 presentan dos funciones de pertenencia: positivo y negativo; x_4 y x_2 presentan únicamente una: cerca de cero y la salida u presenta cuatro funciones de pertenencia: negativo, negativo grande, positivo y positivo grande. Las funciones de pertenencia de entrada y salida son gaussianas.

Construcción del Sistema Difuso

Se elige la estructura del sistema difuso con fuzzificador tipo gaussiano, motor de inferencia producto y defuzzificador con centro promedio.

La base de reglas comprende el siguiente tipo de regla difusa IF-THEN:

$$\text{IF } x_1 \text{ está en } A_1^l \text{ AND, ..., AND } A_n^l \text{ THEN } y \text{ está en } B^l$$

Con motor de inferencia producto:

$$\mu_{B^l}(y) = \max_{l=1}^m \left[\sup_{x \in U} \mu_{A^l}(x) \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i) \mu_{B^l}(y) \right] \quad (12)$$

El fuzzificador tipo gaussiano:

$$\mu_{A^l}(x_i) = \exp \left[- \left(\frac{x_i - m_i}{\sigma_i} \right)^2 \right] \quad (13)$$

El defuzzificador centro promedio:

$$y = \frac{\sum_{l=1}^M y^l w_l}{\sum_{l=1}^M w_l} \quad (14)$$

Por lo que el sistema difuso presenta la siguiente estructura:

$$f(x) = \frac{\sum_{l=1}^M y^l \left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x(i)) \right)}{\sum_{l=1}^M \left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x(i)) \right)} \quad (15)$$

Método Gráfico de Diseño de un Controlador Difuso

Existen varios programas que llevan a cabo la simulación de control difuso; en este caso utilizamos el "Fuzzy Logic Toolbox" de Matlab.

El primer paso es definir el método del controlador, se eligió el de Mandani. En la Figura 5 se muestra la interfaz en la que se introducen las variables.

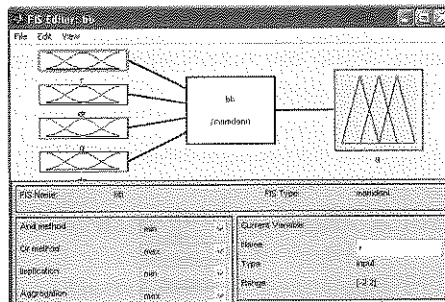


Figura 5. Interfaz para la introducción de las variables.

El segundo paso es definir tanto los espacios de entrada como los de salida. Esto se realiza en una nueva interfaz, ver Figura 6.

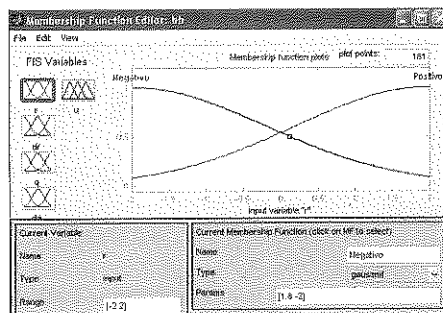


Figura 6. Definición de rango de los espacios, el número y tipo de clusters.

El siguiente paso es editar las reglas que dan forma al controlador en el Rule Editor, ver Figura 7. En ella se aprecia el comportamiento del controlador en el simulador.

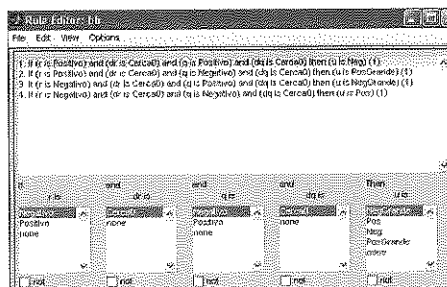


Figura 7. Definición de las reglas de control.

En la Figura 8 se muestra el resultado de la defuzzificación tanto en forma grafica con una línea roja como numérica en la parte superior de la columna.

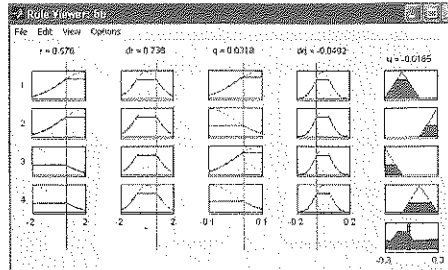


Figura 8. Los resultados de la defuzzificación.

Como resultado se tiene conformado el controlador difuso. Realizaremos las simulaciones, para poder tener la seguridad de que funcionará de acuerdo a lo esperado.

Resultados de la Simulación

Respuesta del Sistema Ball and Beam en lazo abierto

Se muestra la respuesta del sistema B&B en lazo abierto. En la Figura 9 se muestra el diagrama de bloques Simulink en lazo abierto del sistema B&B.

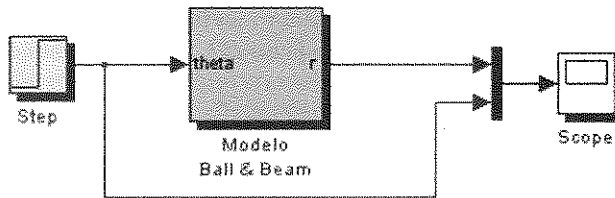


Figura 9. Diagrama Simulink del sistema en lazo abierto.

En la Figura 10 se muestra la respuesta de la posición de la esfera respecto a una entrada escalón.

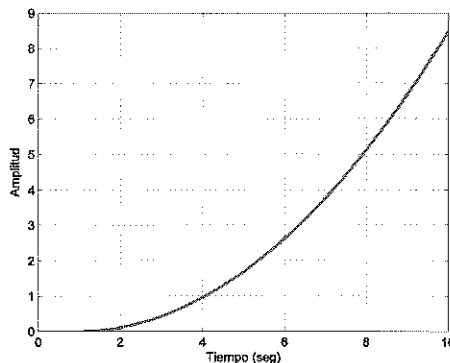


Figura 10. Respuesta del sistema en lazo abierto

Controlador PD

Se muestra el diagrama en Simulink que presenta un controlador PD tanto para el control de posición del motor como de la esfera, estos dos tipos de controladores no presentan una compensación para cancelar el efecto de la gravedad, ver Figura 11.

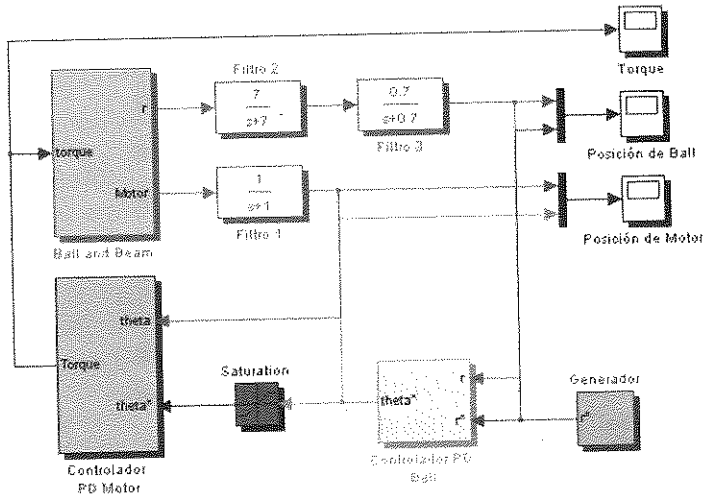


Figura 11. Sistema con control PD en configuración cascada.

La respuesta que presenta el sistema sin compensador y los niveles de error que puede alcanzar con respecto a la señal de referencia se muestran en la Figura 12. Se puede notar que el nivel de error es considerable al no utilizar un compensador, esto afecta la posición final de la esfera.

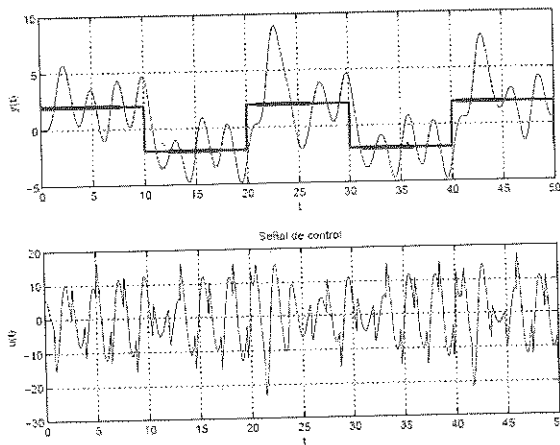


Figura 12. Salida del sistema y señal de control.

Controlador PD con Compensador

El diagrama de la Figura 13 muestra el modelo del sistema Simulink con el compensador para disminuir el error de posición de la esfera, a causa de la gravedad.

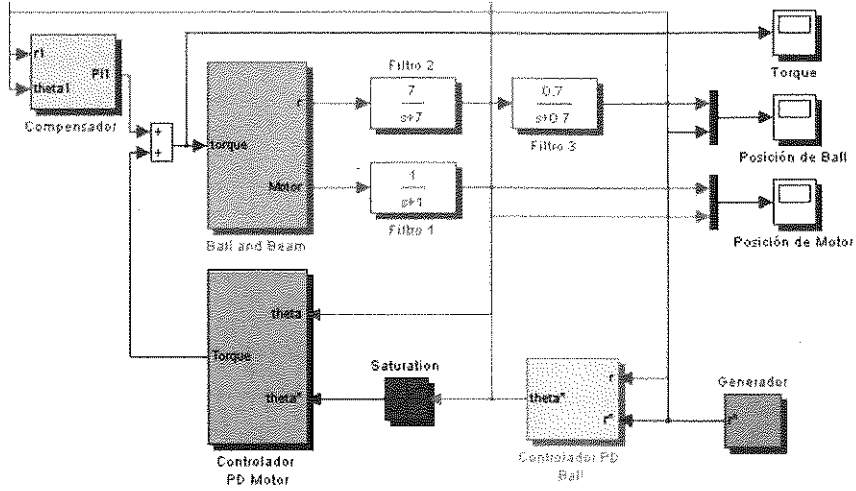


Figura 13. Sistema con control PD con compensador.

Se puede observar que el compensador disminuye el nivel de error que presenta el sistema, el error es de aproximadamente de 2.5 unidades, ver figura 14.

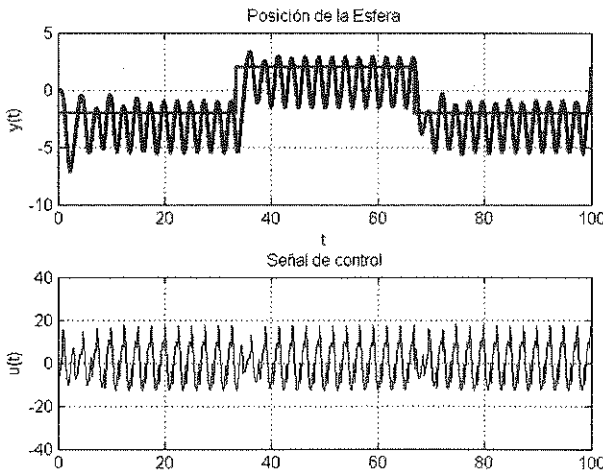


Figura 14. Salida del sistema y señal de control.

El hecho de escoger este compensador tiene su justificación en el análisis de estabilidad del sistema B&B linealizado que efectivamente demuestra ser estable.

Controlador PD con Compensador Difuso

Se analizará el controlador difuso para el sistema B&B en configuración cascada, tal como se muestra en la Figura 15.

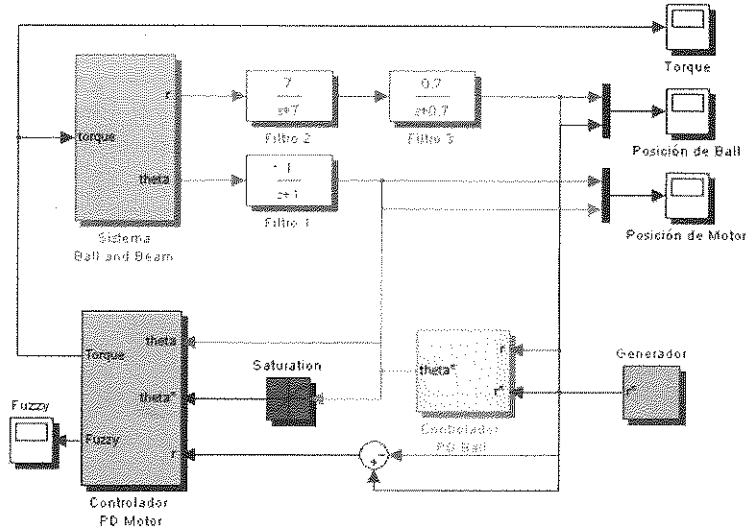


Figura 15. Sistema con control PD-Difuso en configuración cascada.

El controlador difuso se muestra en la Figura 16.

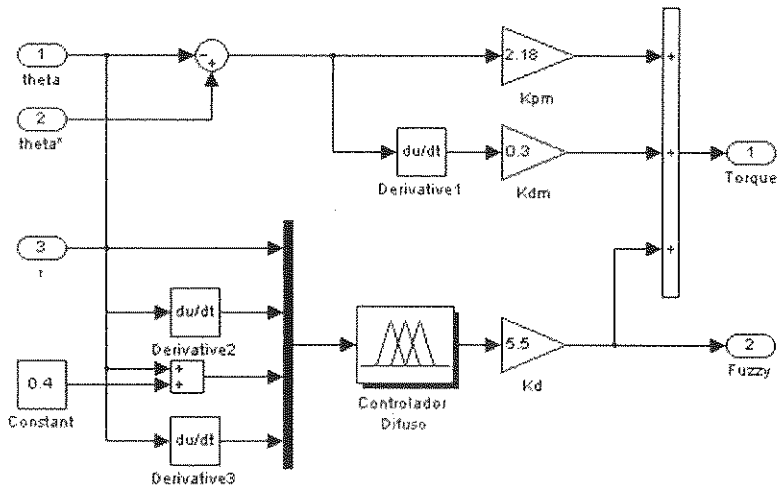


Figura 16. Controlador PD-Difuso para el motor.

La respuesta del sistema mediante esta configuración presenta errores mínimos, sin dejar de estabilizar al sistema. Observamos en la Figura 17 un sobreimpulso menor al 2% que se aproxima bastante bien a nuestra consideración de diseño planteada.

Debemos mencionar que los resultados obtenidos en las simulaciones del controlador PD-Difuso, demuestran que se logra estabilizar la posición final de la esfera.

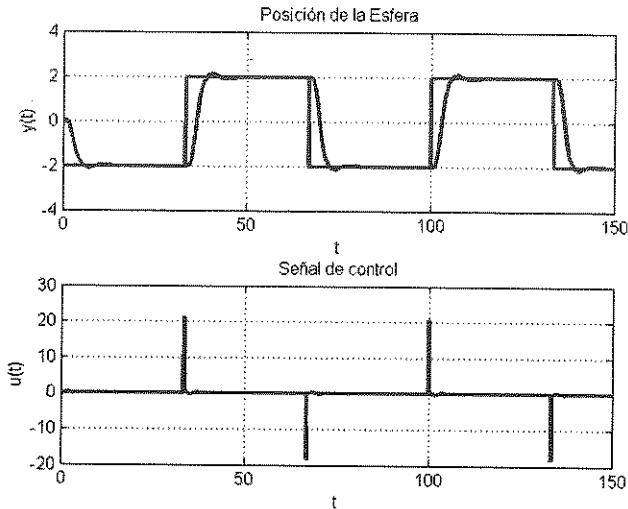


Figura 17. Salida del sistema y señal de control.

CONCLUSIONES

El problema de control propuesto fue solucionado mediante el método de control por Lógica Difusa obteniendo un desempeño satisfactorio en todas las simulaciones realizadas, con un mínimo sobreimpulso, tiempo de establecimiento pequeño y error en estado estable cercano a cero.

Las graficas mostradas han demostrado que el sistema de control por Lógica Difusa diseñado para el sistema B&B es exitoso.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BOGDAN, STJEPAN. 2006. Fuzzy Controller Design: Theory and Applications. Taylor & Francis Group. USA. 392 p.
- LI-XIN, WANG. 1996. A Course in Fuzzy Systems and Control. Prentice Hall. USA. 448 p.
- MARTIN DEL BRIO, BONIFACIO, 1996. Redes Neuronales y Sistemas Difusos. Universidad de Zaragoza. RA-MA. 387 p.

OGATA, KATSUHIKO. 1998. Ingeniería de Control Moderna. Prentice Hall Hispanoamericana. México. 1015 p.

ROJAS MORENO, ARTURO. 2001. Control Avanzado. Universidad Nacional de Ingeniería. Perú. 459 p.

SIVANANDAM, S.N. 2007. Introduction to Fuzzy Logic with Matlab. Springer. New York. USA. 430 p.